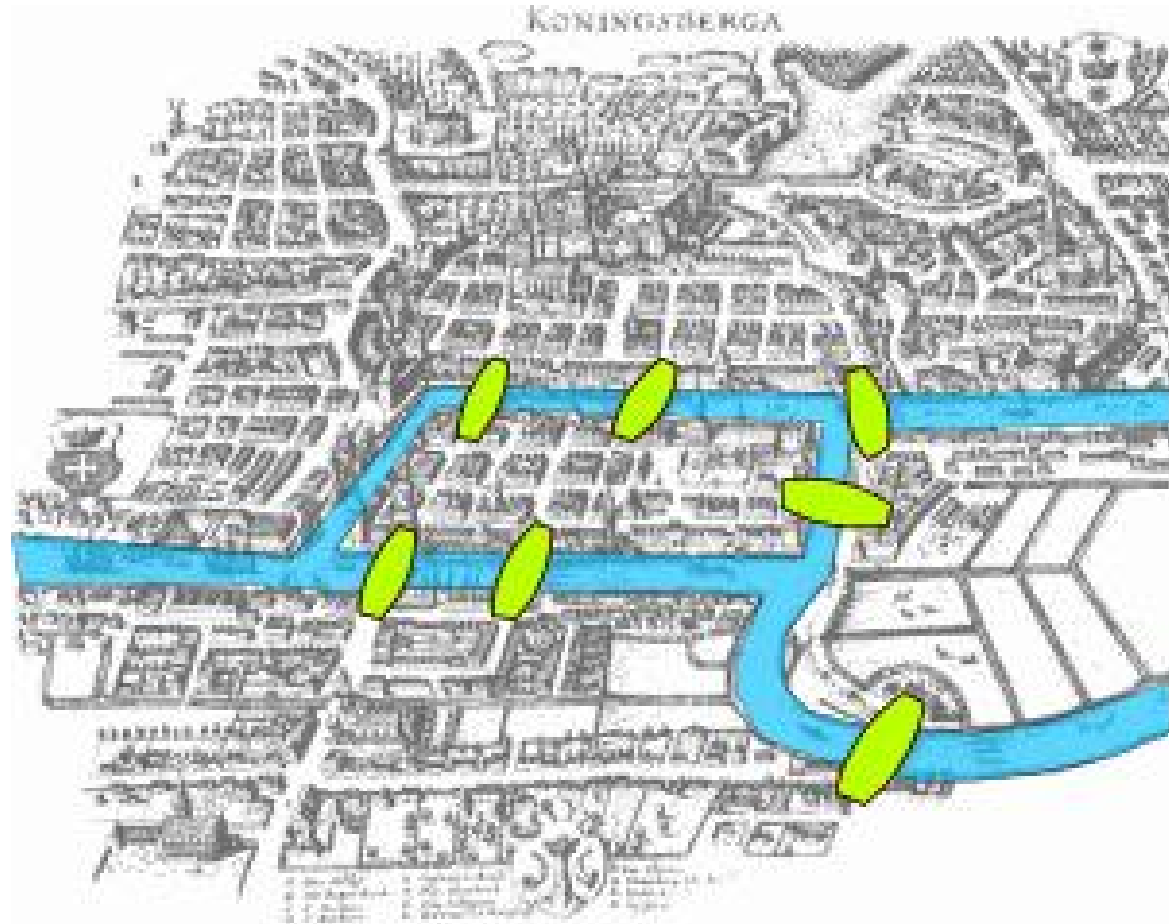


TSP und andere Probleme

TSP und andere Probleme

TSP und andere Probleme



Bildquelle: Wikipedia

TSP und andere Probleme

*"Der Legende nach wunderte sich der Königsberger Philosoph **Immanuel Kant** ... in einem Brief an Euler über die Tatsache, dass es ihm auf seinen **Spaziergängen durch Königsberg nie gelänge, jede der Brücken genau einmal zu überqueren, bevor er zu seinem Haus zurückkehre**. Die Stadt Königsberg lag, ... am Fluß des Namens Pregel. Die einzelnen Stadtteile waren durch sieben Brücken miteinander verbunden. Von Kant dazu angeregt, analysierte Euler die Frage, ob es möglich sei, im Rahmen eines in sich geschlossenen Spaziergangs alle Brücken genau einmal zu überqueren und zum Ausgangspunkt zurückzukehren.*

*...
Das Königsberger Brückenproblem war der Ausgangspunkt für die mathematische Disziplin der Graphentheorie. Euler abstrahierte von den konkreten geographischen Gegebenheiten. Er erkannte: Wenn es für die Stadt Königsberg einen solchen Weg gibt, dann auch für andere abstrakte Graphen und umgekehrt."*

Textquelle: Ziebalg

TSP und andere Probleme

*"Der Legende nach wunderte sich der Königsberger Philosoph Immanuel Kant (1724-1796) in einem Brief an Euler über die Tatsache, dass es ihm auf seinen Spaziergängen durch Königsberg nie gelänge, jede der Brücken genau einmal zu überqueren, bevor er zu seinem Haus zurückkehre. Die Stadt Königsberg lag, ... am Fluß des Namens Pregel. Die einzelnen Stadtteile waren durch sieben Brücken miteinander verbunden. **Von Kant dazu angeregt, analysierte Euler die Frage**, ob es möglich sei, im Rahmen eines in sich geschlossenen Spaziergangs alle Brücken genau einmal zu überqueren und zum Ausgangspunkt zurückzukehren. ...*

Das Königsberger Brückenproblem war der Ausgangspunkt für die mathematische Disziplin der Graphentheorie. Euler abstrahierte von den konkreten geographischen Gegebenheiten. Er erkannte: Wenn es für die Stadt Königsberg einen solchen Weg gibt, dann auch für andere abstrakte Graphen und umgekehrt."

Textquelle: Ziebalg

TSP und andere Probleme

"Der Legende nach wunderte sich der Königsberger Philosoph Immanuel Kant (1724-1796) in einem Brief an Euler über die Tatsache, dass es ihm auf seinen Spaziergängen durch Königsberg nie gelänge, jede der Brücken genau einmal zu überqueren, bevor er zu seinem Haus zurückkehre. Die Stadt Königsberg lag, ... am Fluß des Namens Pregel. Die einzelnen Stadtteile waren durch sieben Brücken miteinander verbunden. Von Kant dazu angeregt, analysierte Euler die Frage, ob es möglich sei, im Rahmen eines in sich geschlossenen Spaziergangs alle Brücken genau einmal zu überqueren und zum Ausgangspunkt zurückzukehren. ...

Das Königsberger Brückenproblem war der Ausgangspunkt für die mathematische Disziplin der Graphentheorie. Euler abstrahierte von den konkreten geographischen Gegebenheiten. Er erkannte: Wenn es für die Stadt Königsberg einen solchen Weg gibt, dann auch für andere abstrakte Graphen und umgekehrt."

Textquelle: Ziebalg

TSP und andere Probleme

- Ohne auf die konkrete Lösung einzugehen, stellen wir fest, dass es eine mathematische Antwort auf die gestellte Frage gibt.
- Untersuchen Sie einmal beispielhaft das allen Kindern bekannte "*Haus des Nikolaus*".

TSP und andere Probleme

Es zeigt sich bei der Untersuchung solcher Probleme,

dass es einige sehr ähnliche
- scheinbar gleiche -
Problemstellungen gibt,

die sich aber tatsächlich sehr deutlich in Ihrer Schwierigkeit unterscheiden.

TSP und andere Probleme

- Ein Eulerscher Weg ist ein geschlossener Kantenzug, in dem jede **Kante** genau einmal vorkommt. (→ Königsberger Brückenproblem)
- Ein Hamiltonscher Weg ist ein geschlossener Kantenzug, in dem jeder **Knoten** genau einmal vorkommt.
- Vergleichen Sie auch:
 - kürzester Weg von einem Start zum Ziel
 - minimales Versorgungsnetz

TSP und andere Probleme

Hamiltonscher Weg

- Die geringe Abweichung von der Forderung beim Eulerschen Weg führt zu einer ganz anderen Problemklasse.
- Insbesondere zeigt sich, dass wir es in diesem Fall mit einem ***echten Suchproblem***, sogar mit einem ***sehr schweren Suchproblem*** zu tun haben.

TSP und andere Probleme

Hamiltonscher Weg

- Primär ein **Satisfizierungsproblem**:
Gibt es überhaupt einen solchen Weg?
- Allgemeiner ein **Optimierungsproblem**:
Welcher von mehreren möglichen Wegen ist optimal?
 - Das setzt aber eine Kantenbewertung voraus!

TSP und andere Probleme

Hamiltonscher Weg in bewerteten Graphen

- Gibt es einen oder mehrere Hamiltonsche Wege, dann finde unter ihnen den mit der geringsten Länge.
(allgemeiner: optimalen Gesamtbewertung)

TSP und andere Probleme

Travelling Salesperson Problem

- Unter allen geschlossenen einfachen Wegen, auf denen alle Knoten des Graphen liegen, ist einer mit minimaler Länge gesucht.

TSP und andere Probleme

TSP *Wieso ist es ein großes Problem?*

- Warum löst man es nicht mit einem greedy Verfahren?
- Warum löst man es nicht mit einem vollständigen Verfahren, wie beispielsweise der Breitensuche?

TSP und andere Probleme

- Warum löst man das TSP nicht mit einem greedy Verfahren?
 - lokal, im Teilbereichen, erreicht man optimale Verbindungen
 - global aber entstehen dabei in der Regel Lösungen, die zu einem Nebenminimum (Nebenmaximum je nach Problemstellung) führen

TSP und andere Probleme

- Warum löst man das TSP nicht mit vollständigen Verfahren, wie beispielsweise der Breitensuche?
 - bei kleinen Suchräumen durchaus geeignet
 - wegen des exponentiellen Wachstums – insbesondere bei vielen möglichen Verzweigungen auf jeder Stufe – wird der Suchraum schnell so groß, dass es zu keiner Lösung kommt

TSP und andere Probleme

- ... und andere Probleme?
 - TSP gehört zu den np-vollständigen Problemen
 - Es gibt also weitere np-vollständige Probleme, die gleichfalls so schwierig sind, dass es zu ihnen keine allgemeinen Lösungen gibt. (Bitte hierzu die Literatur bemühen, beispielsweise Turau, Kapitel 9)

TSP und andere Probleme

- ... und was macht man dann?
- Im konkreten Fall sind manchmal nicht allgemeine Lösungen gesucht.
 - Dafür gibt es dann erfolgreiche spezielle Algorithmen.
- Im konkreten Fall reicht es manchmal eine gute Lösung zu finden und man verzichtet darauf, die optimale zu finden.
 - Ein Beispiel für dies Vorgehen stellen die Evolutionären Algorithmen dar.