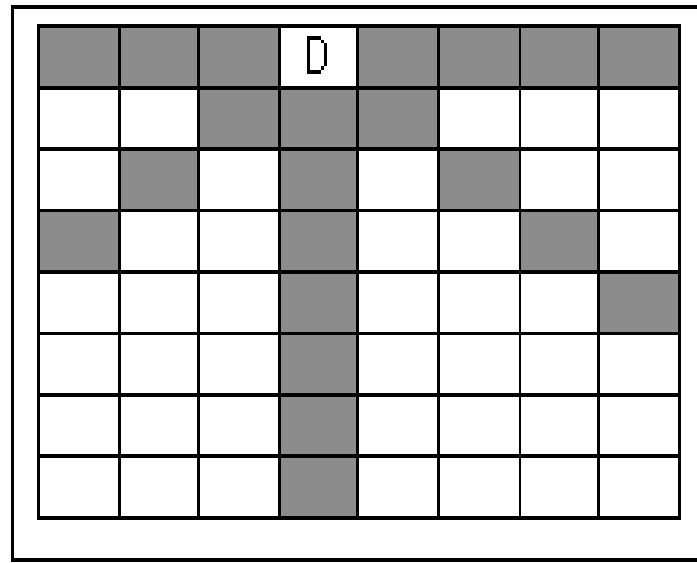


Problem der „Acht Damen“

Das Problem der „Acht Damen“

Acht Damen sollen auf einem Spielfeld so positioniert werden, dass sie sich nicht gegenseitig bedrohen.



Problem der „Acht Damen“

- Das Problem der „Acht Damen“ bietet an einem leicht zu verstehenden Beispiel in mehrfacher Hinsicht wichtige Erkenntnisse.
 - Einmal kann man zeigen, wie durch den Einbau von Heuristik möglich ist, die einfache Tiefensuche so zu verbessern, dass das Problem einfach lösbar wird.
 - Andererseits kann man aber auch zeigen, wie ein exponentieller Anstieg der Größe des Suchraums dazu führen kann, dass ein prinzipiell lösbares Problem real nicht mehr lösbar wird.

Problem der „Acht Damen“

Keine Informationen über das Problem verwenden

- Man generiert alle möglichen Belegungen der Damen automatisch und prüft erst dann die Zulässigkeit. Nachteil:
 - Damen können das selbe Feld belegen
 - Damen können in der selben Zeile, Spalte oder Diagonale stehen
- Die Anzahl der zu prüfenden Zustände ist

$$8^8 = 16777216$$

Problem der „Acht Damen“

Keine Informationen über das Problem verwenden

- Nun wird man natürlich nicht alle generierten Belegungen erst abspeichern und erst am Schluss diese durchgehen und testen, sondern jede fertige Belegung sofort testen und vermutlich nicht den Extremfall haben, dass erst die letzte zu einer Lösung führt.
- Dennoch liegt der zu erwartende Berechnungsaufwand im angegebenen Umfang.

Problem der „Acht Damen“

Keine Informationen über das Problem verwenden

- Der Effekt ist, dass man bei acht Damen sicher keine Lust hat auf das Ergebnis zu warten.
- Reduziert man das Problem auf fünf Damen in einem fünf mal fünf großen Feld geht es gerade noch an, bei sechs wird es schon mühsam.

Problem der „Acht Damen“

Keine Informationen über das Problem verwenden

- Eine Verbesserung ergibt sich, wenn man während der Bearbeitung bereits die Zulässigkeit testet und dadurch den Umfang des Suchraums stark begrenzt.
- Zusätzlich verbessern kann man mit einer Datenstruktur für die Damenpositionen, nämlich einer einfachen Liste der Spaltenpositionen, bei der sich die Zeilenposition aus der Position in der Liste ergibt.

Problem der „Acht Damen“

Informationen über das Problem verwenden

- Zusätzlich verbessern kann man mit einer Datenstruktur für die Damenpositionen, nämlich einer einfachen Liste der Spaltenpositionen, bei der sich die Zeilenposition aus der Position in der Liste ergibt.
- Daraus ergibt sich die Verbesserung, dass Wiederholungen der Zeilenpositionen von vorn herein ausgeschlossen sind.
- Außerdem ist es einfach die Spaltenpositionen zu prüfen.

Problem der „Acht Damen“

Abhängigkeit der Laufzeit von der Feldgröße untersuchen

- Man kann das Problem prinzipiell auf größere Felder erweitern, also beispielsweise ein Feld mit der Größe 16 mal 16 mit 16 zu positionierenden Damen betrachten.
- Prinzipiell hat der zugehörige Suchbaum $16^{16} = 1.8 \cdot 10^{19}$ Blätter.

Problem der „Acht Damen“

Abhängigkeit der Laufzeit von der Feldgröße untersuchen

- Ganz so arg wird es wegen der optimierten Tiefensuche dann doch nicht, aber das Programm benötigt merklich Zeit. Auf meinem Computer sind es bei einem 16 mal 16 – Feld aber immer noch weniger als eine Sekunde.

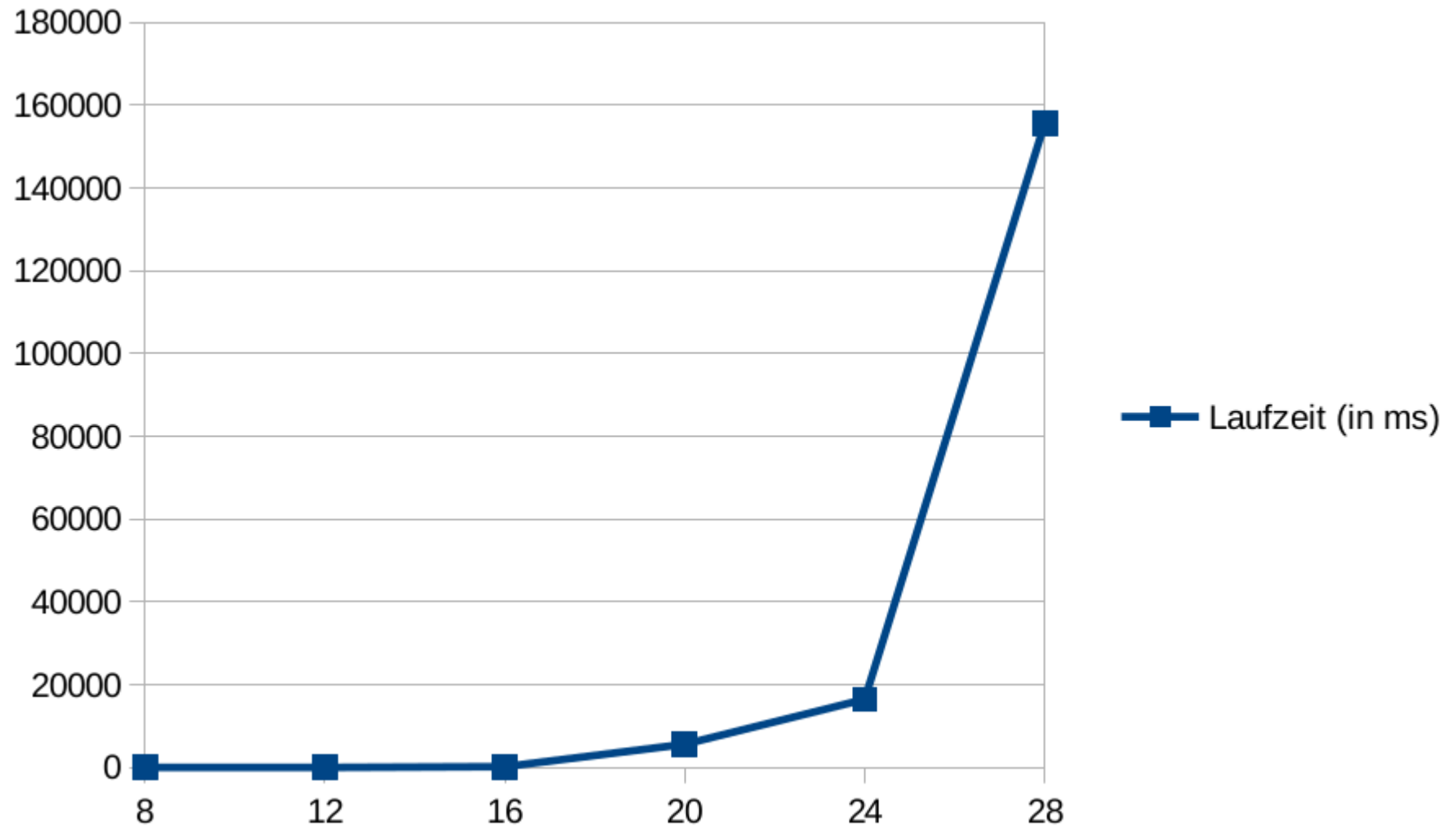
Problem der „Acht Damen“

Abhängigkeit der Laufzeit von der Feldgröße untersuchen

- Für die grundsätzliche Frage der Berechenbarkeit ist aber die offensichtliche exponentielle Abhängigkeit der Laufzeit von der Zahl der Damen erkennbar, wie die Darstellung auf der nächsten Folie zeigt.

Problem der „Acht Damen“

Abhängigkeit der Laufzeit von der Feldgröße



Problem der „Acht Damen“

Abhängigkeit der Laufzeit von der Feldgröße untersuchen

- Nun mag es beim Problem der acht Damen uninteressant sein, sich auch für sehr hohe Anzahlen von Damen zu interessieren.
- Dennoch zeigt es aber anschaulich das prinzipielle Problem für Suchprobleme auf, die einen exponentiellen Anstieg der Größe des Suchraums aufweisen.

Problem der „Acht Damen“

Und sonst noch?

- Untersuchen Sie, welches die kleinste Anzahl von Damen ist, bei der man die Aufgabe untersuchen kann.
- Geben Sie dafür eine Lösung an.
- Geben Sie eine einfache Lösung für ein 16 mal 16 Felder großes Damefeld an.