

Was ist das Problem ?

Alfred Hermes schreibt in LOGIN 125 (2003):

"Wie packe ich meinen Rucksack möglichst effizient, wenn die Gegenstände, die ich gerne mitnehmen möchte, nicht alle hineinpassen? Welche Strecke ist die günstigste für meine Rundreise durch eine Anzahl von Städten? Wie finde ich einen optimalen Stundenplan für das kommende Halbjahr? Drei Probleme, die eines miteinander verbindet ..."

Tatsächlich verbindet diese so verschiedenen Probleme sehr viel, wie wir im Verlauf des Kurses noch sehen werden. Es gibt weitere Probleme solcher Art und mit einem von ihnen wollen wir uns zu Anfang intensiver beschäftigen, dem Container - Lade - Problem.

In einer Stadt wie Hamburg ergibt sich die Begründung fast wie von selbst. Kommen Sie mit auf Entdeckungstour¹!

Containertransport

Container sind zum wichtigsten Hilfsmittel der Transportketten geworden. Aus ökologischer Sicht mag man die "Transportwut" bedauern, die eine der Folgen der Globalisierung von Produktionsprozessen ist. In einer Stadt wie Hamburg hat der Containertransport [zweitgrößter Umschlag der europäischen Häfen] allerdings eine zentrale Bedeutung für den Wirtschaftsstandort bekommen. Dabei sind Anforderungen der Rationalisierung von zentraler Bedeutung und führen unmittelbar zu Anforderungen der Optimierung.

Container stellen auf **zwei** Arten wichtige Optimierungsaufgaben an die mit ihnen Arbeitenden,

- wenn sie mit Gütern beladen werden und
- wenn sie auf Schiffe oder andere Transportmitteln verladen werden, die mehr als einen Container fassen.

Beide Probleme sind in ihrer Komplexität ähnlich, zum Teil haben sie unmittelbare Rückwirkungen aufeinander. Welche von beiden Situationen man auswählt, um sich mit ihnen zu beschäftigen, dürfte im Unterrichtszusammenhang relativ gleichgültig sein. Das Problem, einen Container zu füllen, ist sicher das, bei dem ein höherer Anteil an geometrischen Fragestellungen auftritt. Es wird für Unterricht insbesondere dann interessanter sein, wenn die Lösung auch visualisiert werden soll.

Entscheiden wir uns für dieses eigentliche CLP, dann geht es darum, eine größere Anzahl von Stücken, die zumindest zum Teil unterschiedliche Größe haben, auf mehrere Behälter zu verteilen und dabei in irgendeiner Weise eine Optimierung zu erreichen.

Informationen zu Containern

Container müssen in ihren Maßen standardisiert werden, damit sie innerhalb der Transportkette an die verschiedenen Transportmittel angepasst sind. Im Prinzip muss jeder Container auf jeden Trailer (LKW - Auflieger) passen, sie müssen z.B. in Schiffen

1 Wer diese Entdeckungstour gern anhand eines anderen Beispiels gehen möchte, dem sei das Buch "Das Geheimnis des kürzesten Weges" empfohlen. Es sind die selben Strategien, um die es geht. Das Buch vermittelt zudem etliche Freude beim Lesen. Da es bei diesem Buch mehr um die Inhalte des auf den Abschnitt „Container – Lade – Problem“ folgenden Kursgangs geht, habe ich für das einführende Beispiel hier lieber das o.a. Problem gewählt.

praktisch beliebig stapelbar sein usw.

Bortfeldt¹ gibt in seinem Buch für den am meisten verbreiteten Typ der "Container der Reihe 1" folgende Werte nach DIN/ISO 668 an:

Containertyp	Länge in mm	Höhe in mm	Breite in mm	Gesamtmasse in kg
10 - Fuß	2991	2438	2438	10160
20 - Fuß	6058	2438	2438	20320
30 - Fuß	9125	2438	2438	25400
40 - Fuß	12192	2438	2438	30480
45 - Fuß	13720	2900	2438	32500

Sonderfälle

Nun sind Abmessungen nicht die einzigen Aspekte bei Containern, die bei der Auswahl und beim Stauen zu beachten sind. Weitere wichtige Merkmale ergeben sich bei speziellen Gütern. So ist bei vielen Waren eine Kühlung notwendig. Spezielle Kühlcontainer erfordern aber auch besondere Bedingungen. Flüssige Stoffe in Fässern wird man so einlagern müssen, dass Öffnungen oben sind. Schwere Körper verhindern, dass das Stauvolumen ganz ausgeschöpft werden kann. Gefährliche Güter können ebenfalls nicht in beliebiger Weise transportiert werden. Giftige Stoffe wird man nicht zusammen mit Nahrungsmitteln in Container packen usw.

Bei unseren Betrachtungen sehen wir von solchen Sonderanforderungen ab und beschränken uns auf einfache quaderförmige Körper. Das Problem bleibt dabei überschaubar und ist allgemein trotzdem immer noch groß genug.

Aufgabe zu einfachen Quadern:

Untersuchen sie das Problem für einige Typen von LEGO - Bausteinen auf einer nicht zu großen Unterlage.

Allgemeine Einordnung

Containerladeprobleme gehören zu den allgemeinen Schnitt - und Packproblemen. Man kann sich leicht vorstellen, dass es prinzipiell gleichgültig ist, ob man eine vorhandene Fläche mit verschiedenen Quadern belegt, also die Grundfläche mit Rechtecken belegt, oder ob man aus einer rechteckigen Fläche diese rechteckigen Stücke herausschneidet.

Noch mehr vereinfacht ist das lineare Problem, wie man bei möglichst wenig Verschnitt aus einer größeren Anzahl langer Latten viele verschiedene kleine Latten schneiden kann, gleich dem Problem gleich breite aber verschieden lange Stücke in Reihen vorgegebener Länge zu stellen.

Genauso gleich sind die beiden räumlichen Probleme, möglichst viele quaderförmige Stücke in einen Container zu packen, wie aus einem Block möglichst viele solche Stücke herauszuschneiden.

Beschränkung

Weil das so ist, beginnen wir unsere Untersuchung bei einem ganz einfachen linearen Problem. [Es ist das "einfache" Rucksack – Problem, bei dem es darum geht, möglichst

1 Andreas Bortfeldt: Informierte Graphensuchverfahren und Genetische Algorithmen zur Lösung von Containerladeproblemen

viele, möglichst schwere, möglichst große oder vielleicht möglichst wertvolle Teile in einen Rucksack zu packen, der nicht alle von ihnen fasst. [Im anderen Gewand: Das Geldwechselproblem, die oben angesprochenen zerschnittenen Latten usw.]

Warum ist das so einfach?

Unser Container lässt sich nun mit einer einfachen Zahl beschreiben, die Stücke ebenfalls und die Bewertungsfunktion für die Güte ist auch sehr einfach: Man zählt deren Werte einfach zusammen.

Aufgaben zum einfachen Rucksackproblem

- *Überlegen Sie sich eine Strategie, nach der man das einfache Rucksackproblem lösen könnte!*
- *Versuchen Sie, den Lösungsgang bildlich (zeichnerisch) darzustellen!*
- *Formulieren Sie aus, weshalb es sich bei diesem Problem um ein Suchproblem¹ handelt und nicht um eines, das mit einem deterministisches Verfahren gelöst wird!*

Erste Lösungsversuche

Es ist keinesfalls einfach vorherzusagen, von welcher Art der erste Lösungsversuch sein wird, den Sie verwenden werden. Für menschliches Denken sind "dumme" Strategien nicht unbedingt naheliegend. Vermutlich werden Sie irgendeine Art von Heuristik versucht haben. Ich vermute, sie werden irgendeine „gierige Strategie“ der Art verwenden, dass sie zunächst das größte gerade noch passende Stück versuchen, aus dem Rest dann wieder das nun noch größte passende usw.

Wenn wir „Glück“ haben, wird dabei ein relativ hoher Verschnitt entstehen und so ein Problembewusstsein entwickelt. Wichtig wäre zu erkennen, dass es sinnvoll ist, nach möglichen Alternativen nicht nur bei den einzubringenden Objekten zu suchen, sondern auch bei den Verfahren, mit denen wir nach Lösungen suchen.

Aufgabe dazu:

Schreiben Sie ein Programm, das die Stücke nach der Strategie in den Container füllt, dass jeweils immer erst das größte Stück eingefüllt wird usw. Wenden Sie dies Programm auf die verschiedenen zufällig erzeugten Möglichkeiten an.

¹ [Quelle:Bortfeldt] *"Die Schritte eines Suchverfahrens treffen jeweils eine Auswahl unter mehreren möglichen Alternativen. Die Existenz mehrerer Fortsetzungsalternativen pro Suchschritt entspricht einem Wissensdefizit darüber, welche Alternative zur Problemlösung führt. Suchverfahren gehen daher tentativ vor (trial and error). Direkte oder deterministische Verfahren haben dagegen als Merkmal, dass es bei ihnen keine Unsicherheit über Erfolg oder Misserfolg bei den einzelnen Verfahrensschritten gibt."*

Warum finden wir so nicht alle Lösungen ?

Betrachten wir dazu den Fall, bei dem wir als Stückeliste die Liste '(30 30 30 20 20 20 15 15 5 3 2 1 1)) haben und unser Rucksack 103 fasst. Das geht natürlich zu lösen, indem man '(30 30 20 20 2 1) verwendet. Nur, dass diese Lösung nicht gefunden wird, da bei unserem bisherigen Verfahren zunächst die dritte 30 in den Rucksack gepackt wird und danach passen die anderen Stücke nicht mehr.

Unser Verfahren lässt es aber nicht zu, dass ein Stück wieder aus dem Rucksack entnommen wird, also eine Entscheidung rückgängig gemacht wird. Es wäre aber notwendig, die Entscheidung für das dritte 30-er-Gewicht rückgängig zu machen, um statt dessen mit den beiden 20-er-Gewichten zur zulässigen Lösung zu kommen.

Unsere Aufgabe muss also sein, ein Verfahren zu finden, wie man alle möglichen Zustände eines Systems findet – den **Suchraum**. Bei unserem Rucksackproblem gibt es dafür eine relativ einfache Strategie: Wir verwenden als Expansionsgraphen einen binären Baum, bei dem jede Stufe zu einem der beteiligten Gewichtsstücke gehört und die Äste die beiden möglichen Fälle

- das Gewichtsstück kommt in den Rucksack
 - und
 - das Gewichtsstück kommt nicht in den Rucksack
- beschreiben.

Warum probieren wir diese Möglichkeiten nicht einfach alle durch? Wozu haben wir denn Computer?

Aufgabe zum Durchprobieren aller Möglichkeiten

- *Zeichnen Sie zu einem nicht zu umfangreichen Beispiel den Baum der Möglichkeiten!*
- *Berechnen Sie die Zahl der Möglichkeiten für den Fall ihres Diagramms - Sie können natürlich auch einfach abzählen - und berechnen Sie die Zahl der Möglichkeiten für das o.a. Beispiel!*
- *Geben Sie eine allgemeine Formel für die Zahl der Möglichkeiten an!*
- *Überlegen Sie sich eine Strategie zur vollständigen Suche nach Lösungen und beschreiben Sie das Verfahren (schriftlich) !*
- *Gibt es Möglichkeiten, die Komplexität dieses Beispiels zu reduzieren?*

Vom Modell des Suchraums zum Programm

Die Beschreibung des Suchraums als Baum ermöglicht eine Vorstellung davon, wie ein Programm prinzipiell bei der Untersuchung aller Möglichkeiten vorgehen sollte. Jedes vollständige Verfahren setzt eine Suchstrategie voraus und die Möglichkeit zu testen, ob der aktuelle Zustand ein Lösungszustand ist. Das hier betrachtete Beispiel zeigt, dass Lösungen nicht notwendig in den Blättern liegen, wenn man sich nicht beim Baum auf die zulässigen Zustände beschränkt.