

Runge-Kutta-Verfahren

Simulation
mit dem

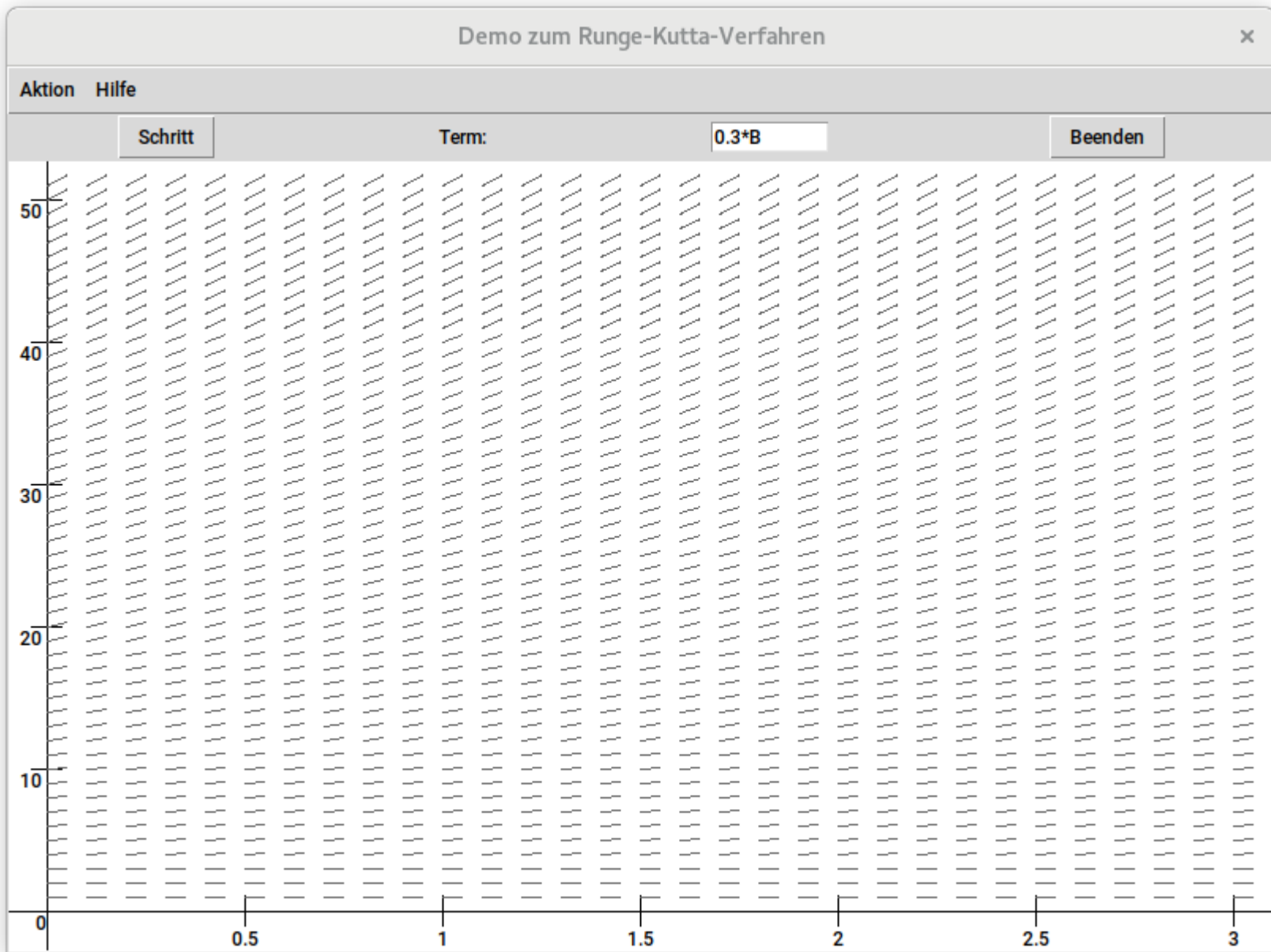
Runge-Kutta-Verfahren

Runge-Kutta-Verfahren

Die Betrachtung des Simulationsbeispiels mit dem einfachen Verfahren nach Euler-Cauchy endete mit der Feststellung:

- Ziel für eine Verbesserung ist, die Krümmung „vorausschauend“ mit zu berücksichtigen.
- Dies leistet das Verfahren nach Runge-Kutta.
- Wir betrachten das selbe Feld wie beim einfachen Euler-Verfahren und starten mit dem selben Wert 15:

Runge-Kutta-Verfahren

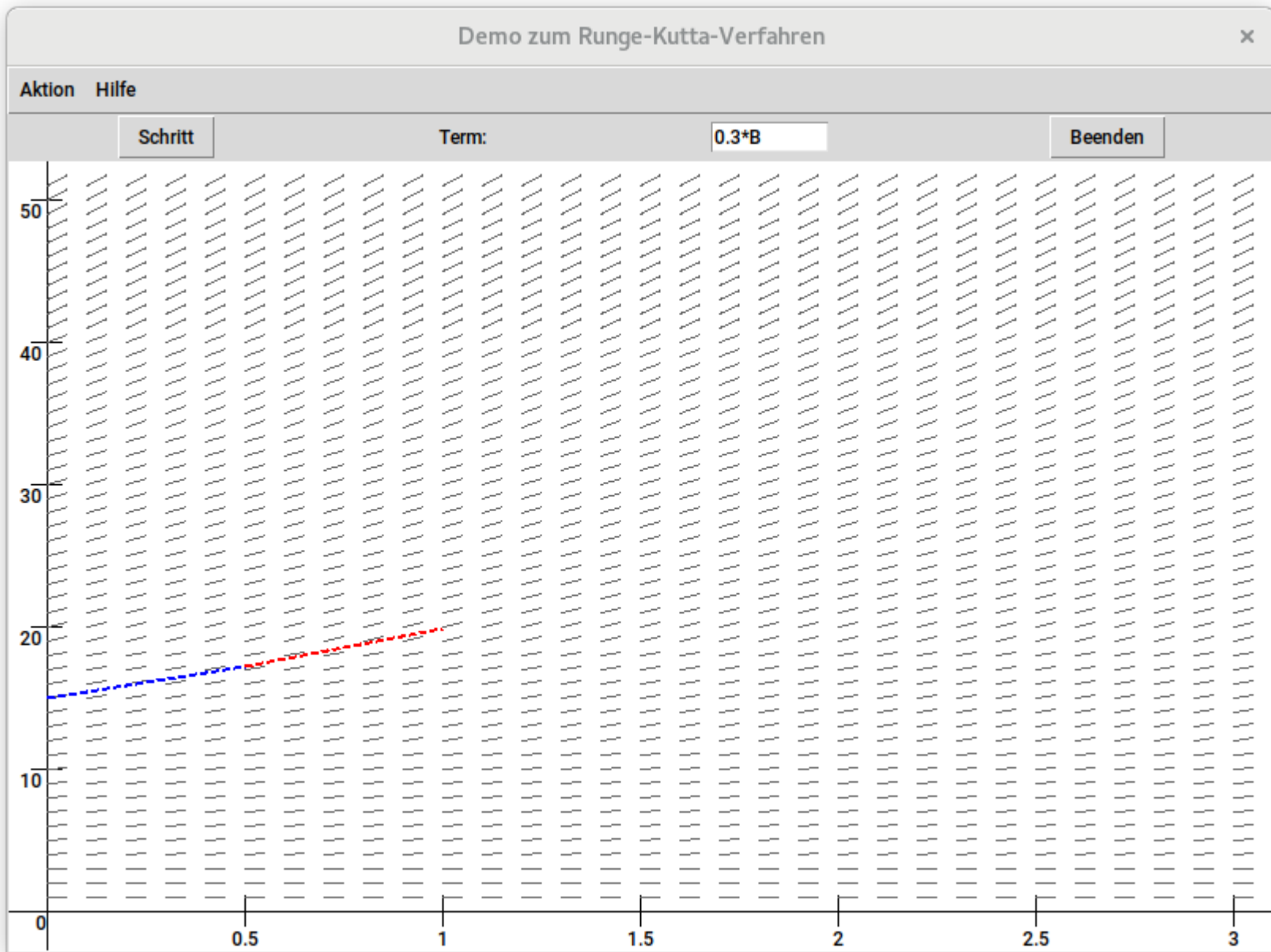


Runge-Kutta-Verfahren

Es gibt jetzt mehrere Zwischenschritte

1. Start bei 15, aber nur bis zur Mitte des Intervalls. (**blaue Strecke, Steigung m_1**)
2. Mit der dort vorliegenden Steigung passend bis zum Ende des Intervalls fortsetzen. (**rote Strecke, Steigung m_2**)

Runge-Kutta-Verfahren

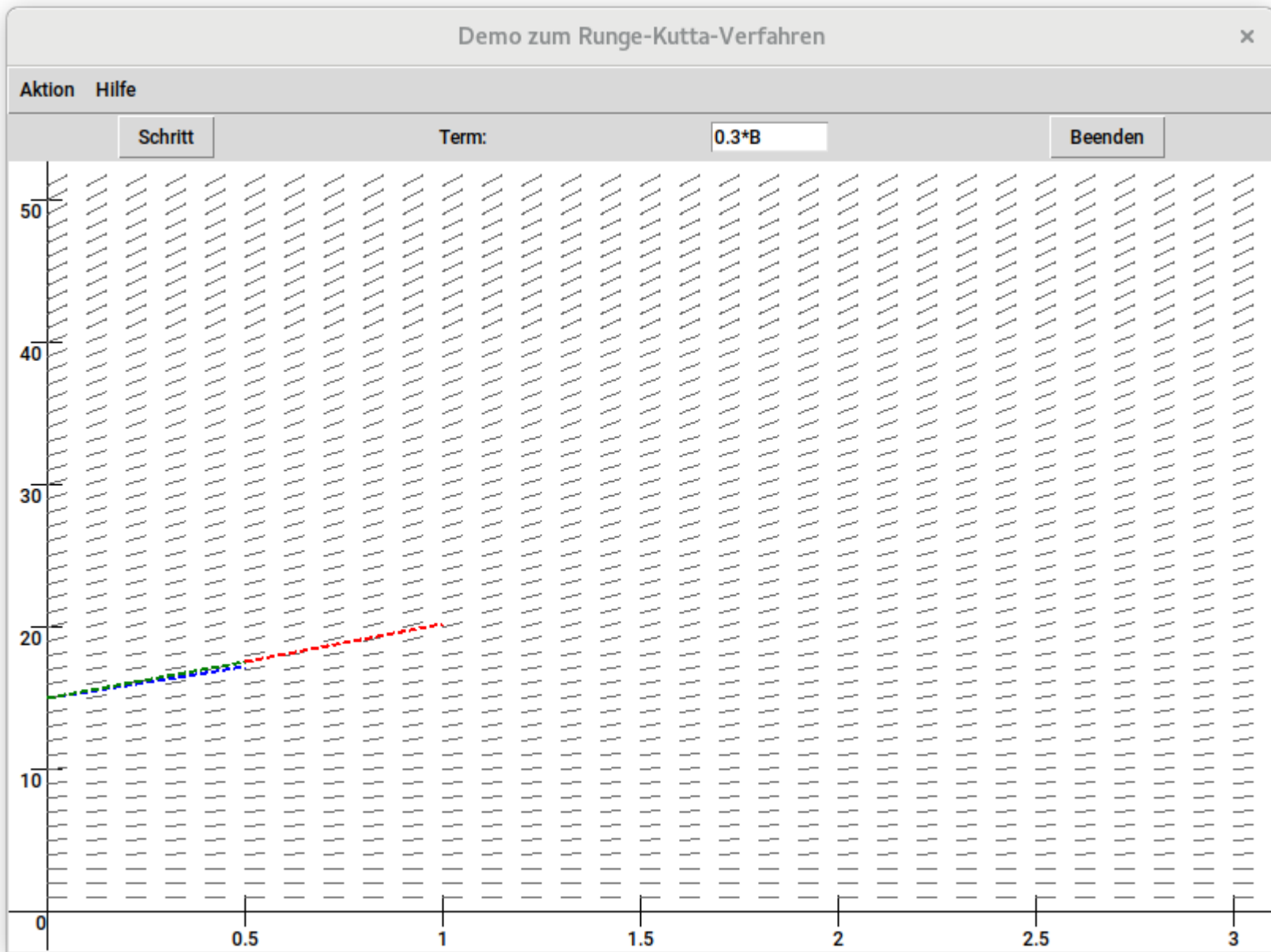


Runge-Kutta-Verfahren

Es gibt jetzt mehrere Zwischenschritte

1. Start bei 15, aber nur bis zur Mitte des Intervalls. (**blaue Strecke, Steigung m_1**)
2. Mit der dort vorliegenden Steigung passend bis zum Ende des Intervalls fortsetzen. (**rote Strecke, Steigung m_2**)
3. Mit dieser Steigung wieder vom Anfang bis zur Mitte des Intervalls gehen. (**grüne Strecke, Steigung m_3**)

Runge-Kutta-Verfahren

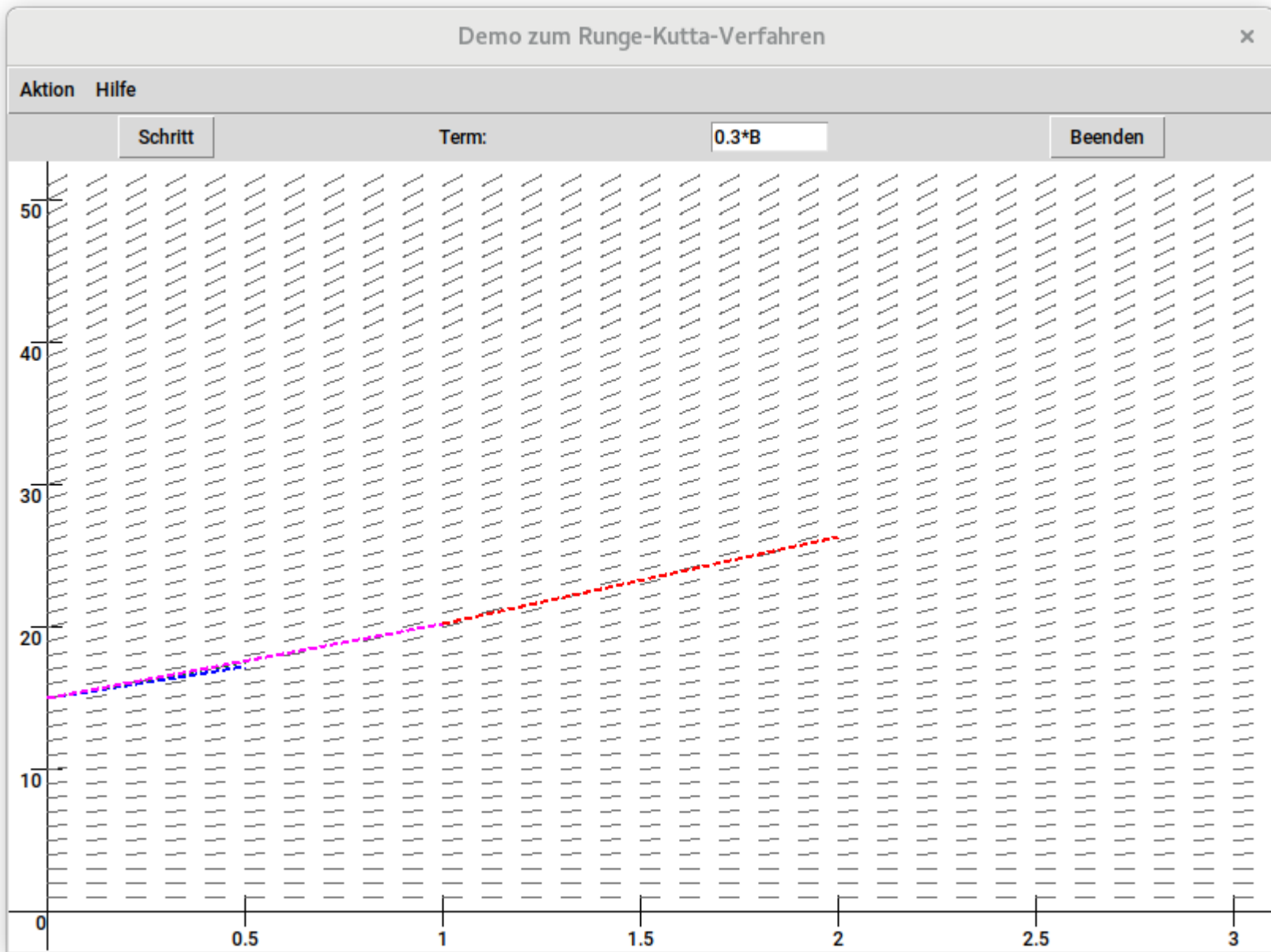


Runge-Kutta-Verfahren

Es gibt jetzt mehrere Zwischenschritte

1. Start bei 15, aber nur bis zur Mitte des Intervalls. (**blaue Strecke, Steigung m1**)
2. Mit der dort vorliegenden Steigung passend bis zum Ende des Intervalls fortsetzen. (**rote Strecke, Steigung m2**)
3. Mit dieser Steigung wieder vom Anfang bis zur Mitte des Intervalls gehen. (**grüne Strecke, Steigung m3**)
4. Damit bis zum Ende gehen und die Steigung dort nehmen. (**rote Strecke, Steigung m4**)

Runge-Kutta-Verfahren



Runge-Kutta-Verfahren

Es gibt jetzt mehrere Zwischenschritte

1. ... (**blaue Strecke, Steigung m1**)

2. ... (**rote Strecke, Steigung m2**)

3. ... (**grüne Strecke, Steigung m3**)

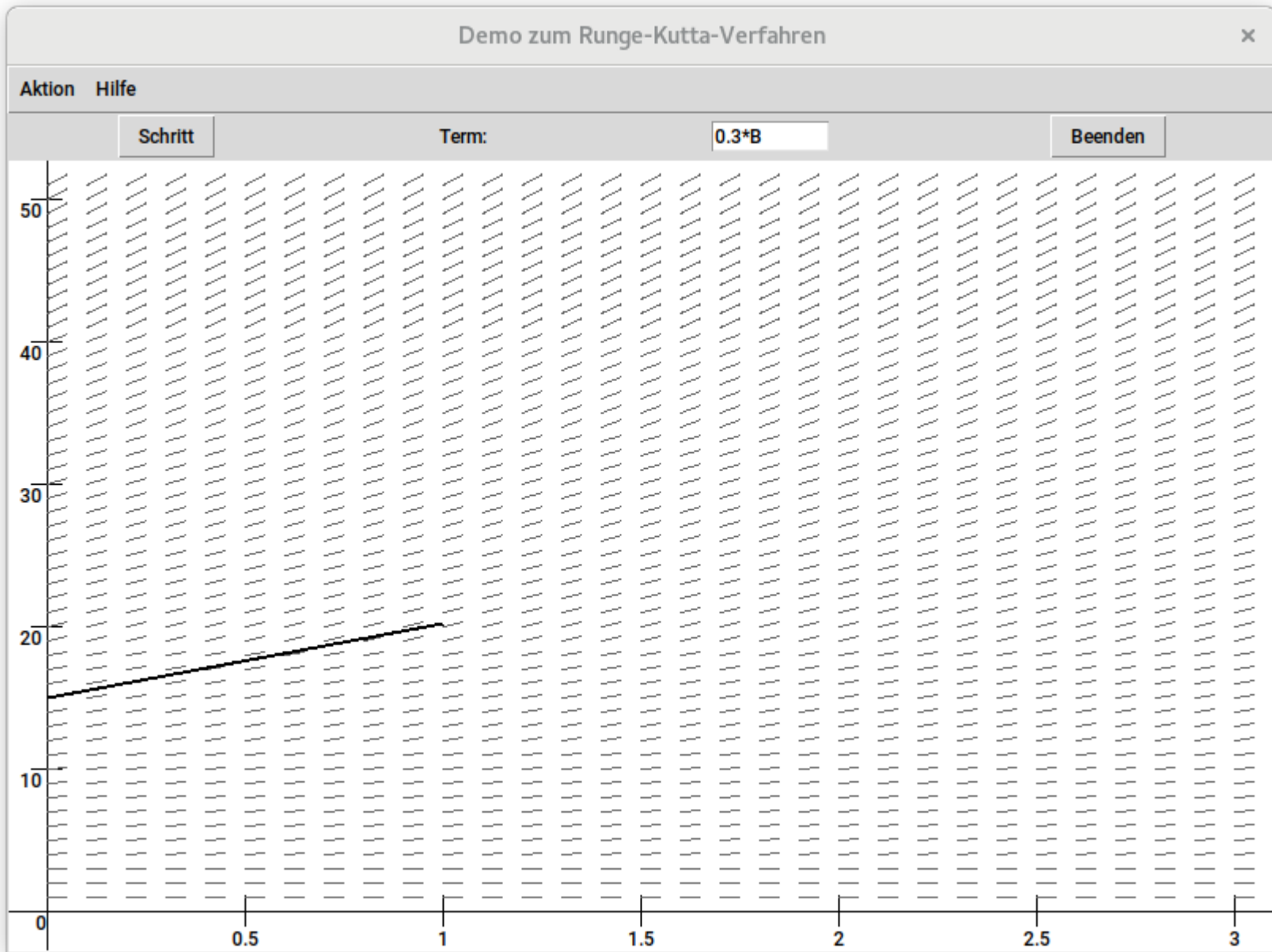
4. ... (**rote Strecke, Steigung m4**)

5. Aus allen diesen Werten m1 bis m4 einen gewichteten Mittelwert berechnen

$$(m = (m_1 + 2 * m_2 + 2 * m_3 + m_4) / 6)$$

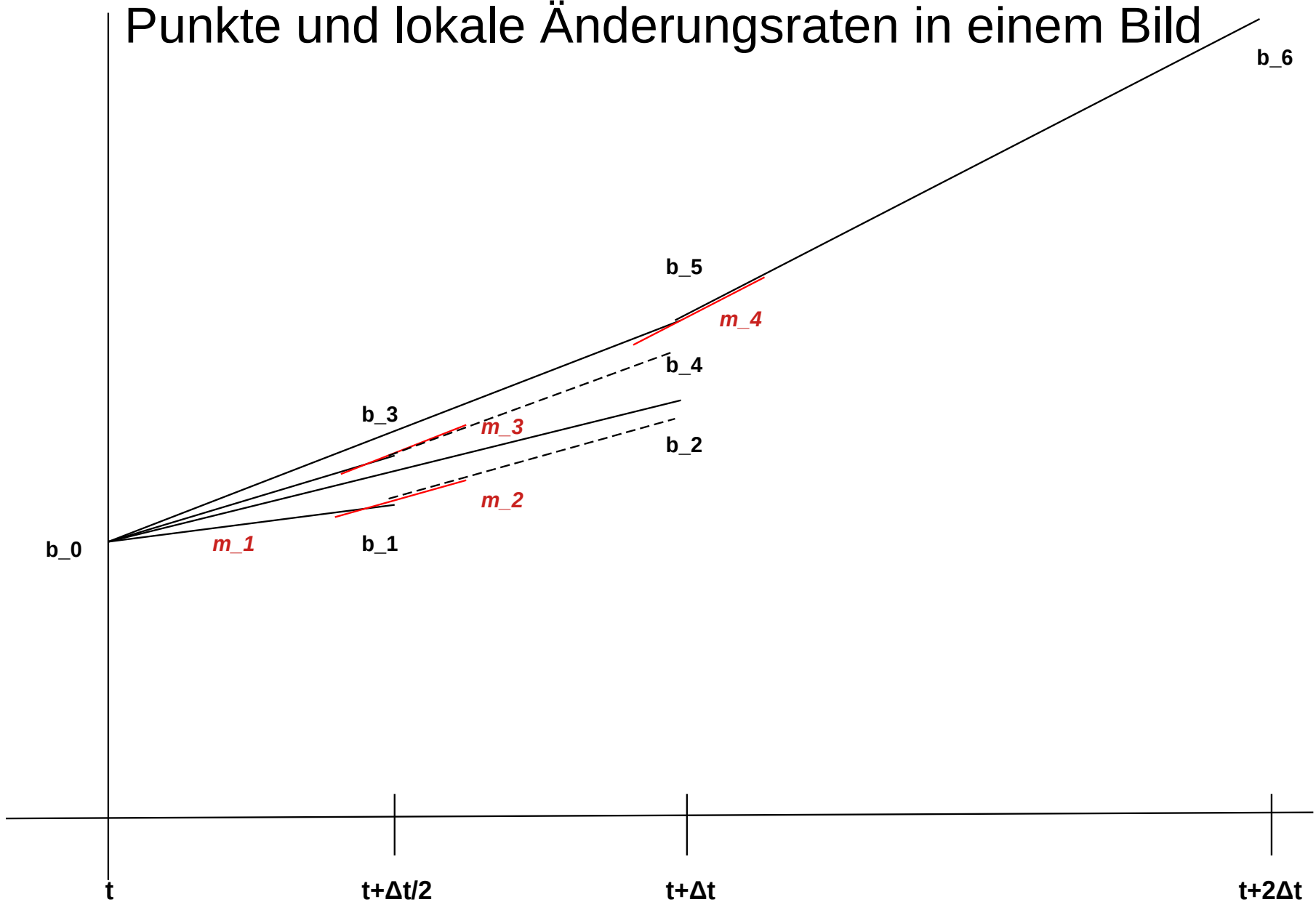
und nun mit dieser Steigung m arbeiten.

Runge-Kutta-Verfahren



Runge-Kutta-Verfahren

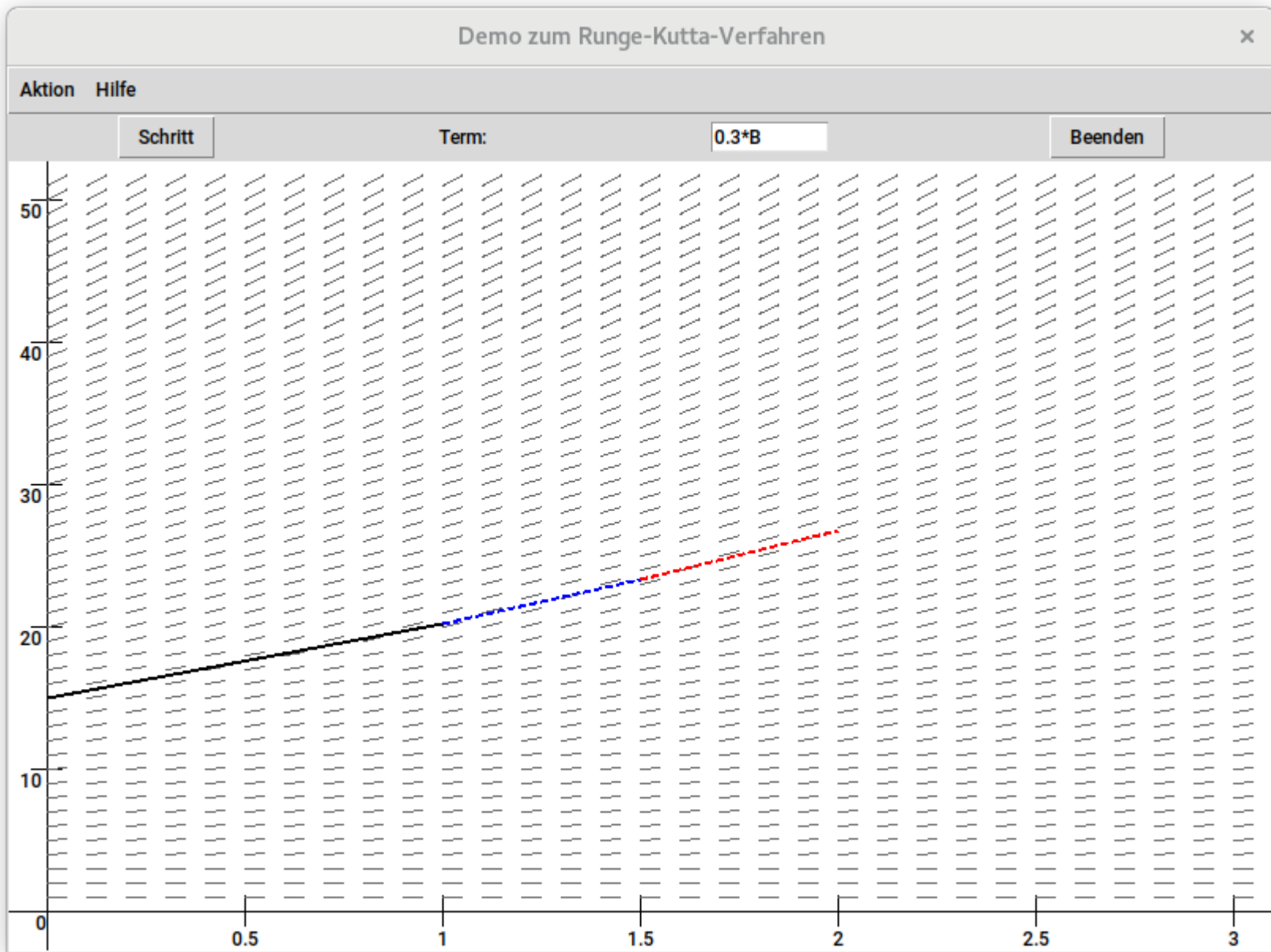
Punkte und lokale Änderungsraten in einem Bild



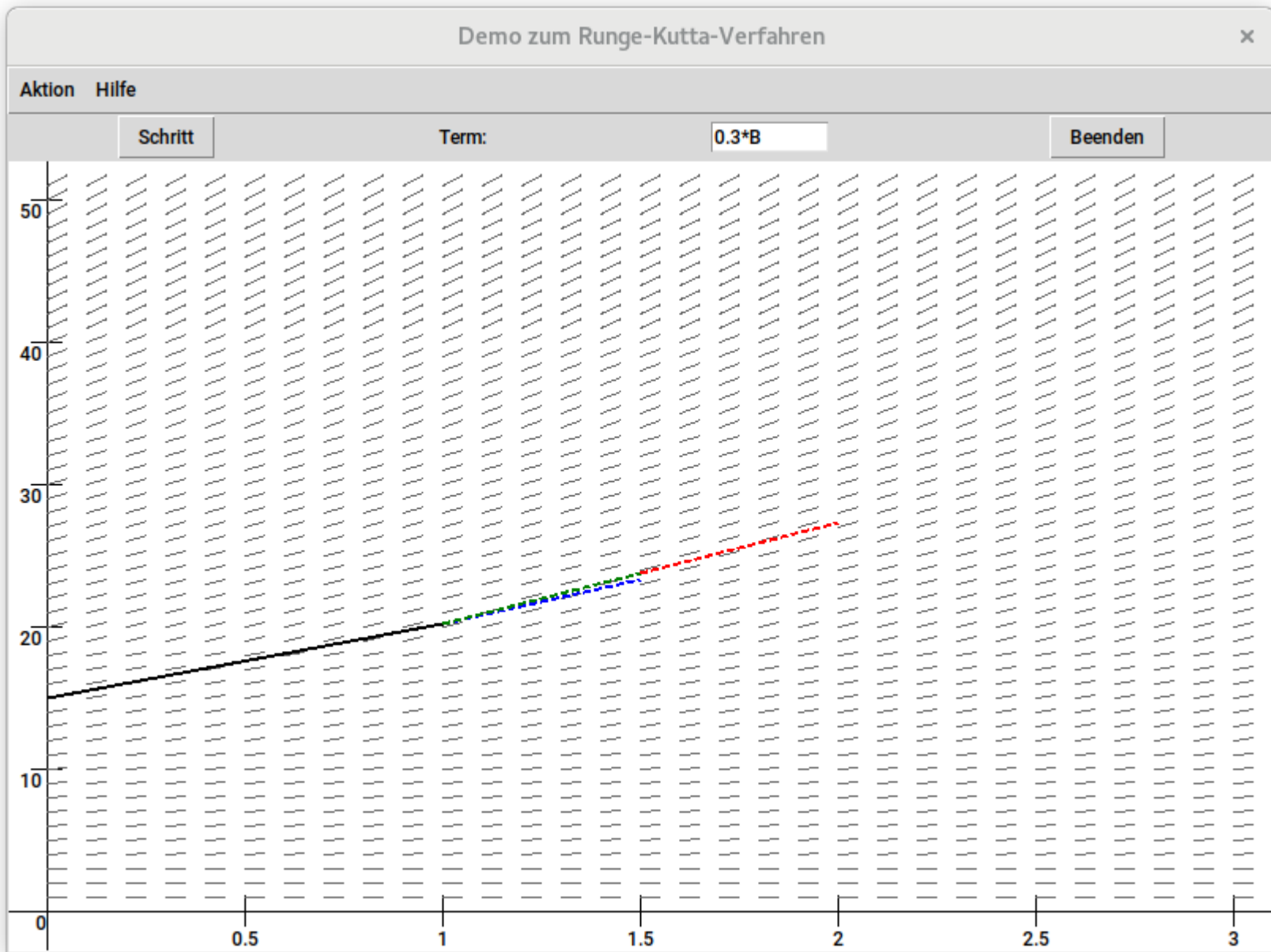
Runge-Kutta-Verfahren

Verfolgen Sie die Teilschritte
im zweiten Schritt

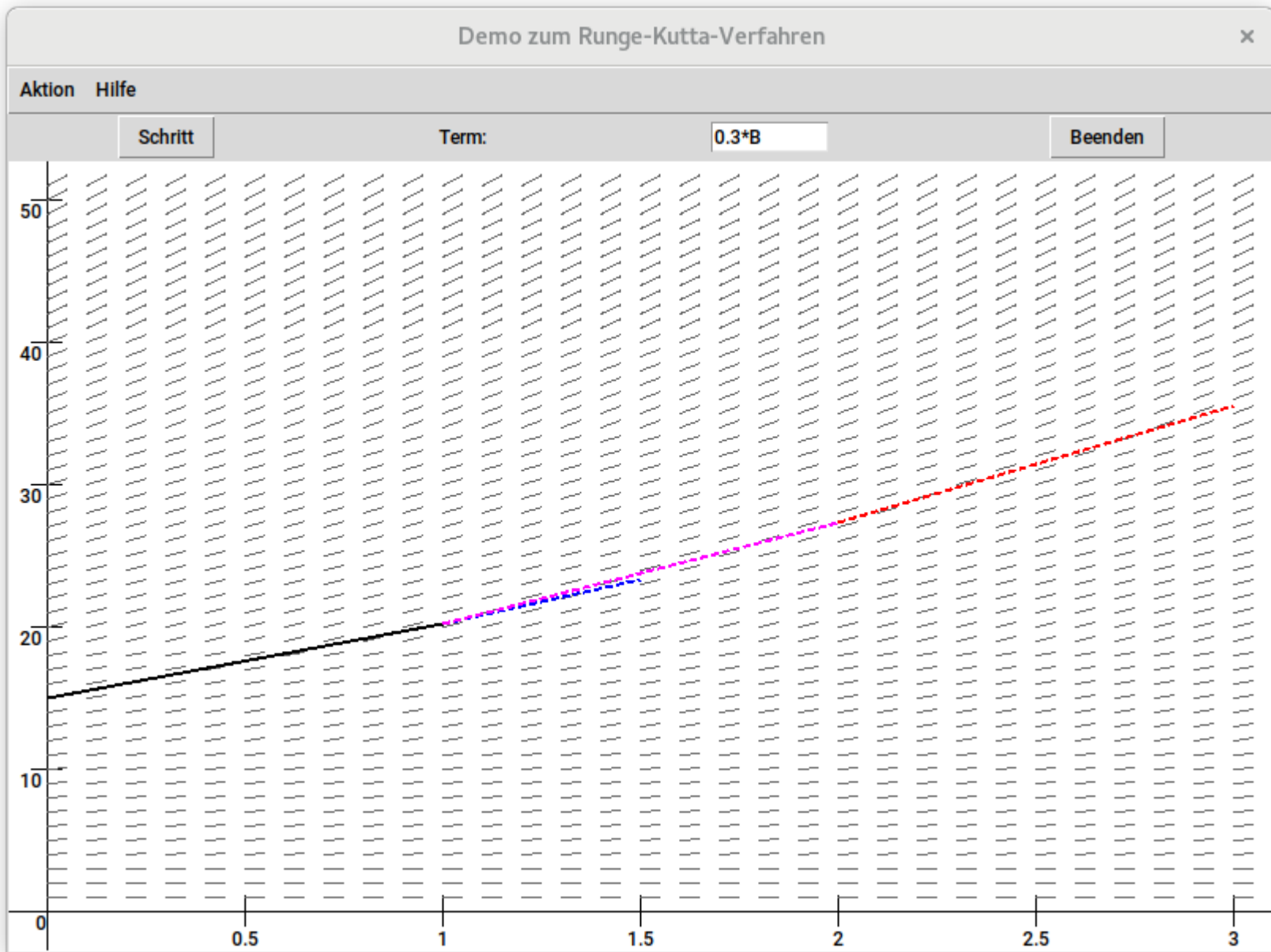
Runge-Kutta-Verfahren



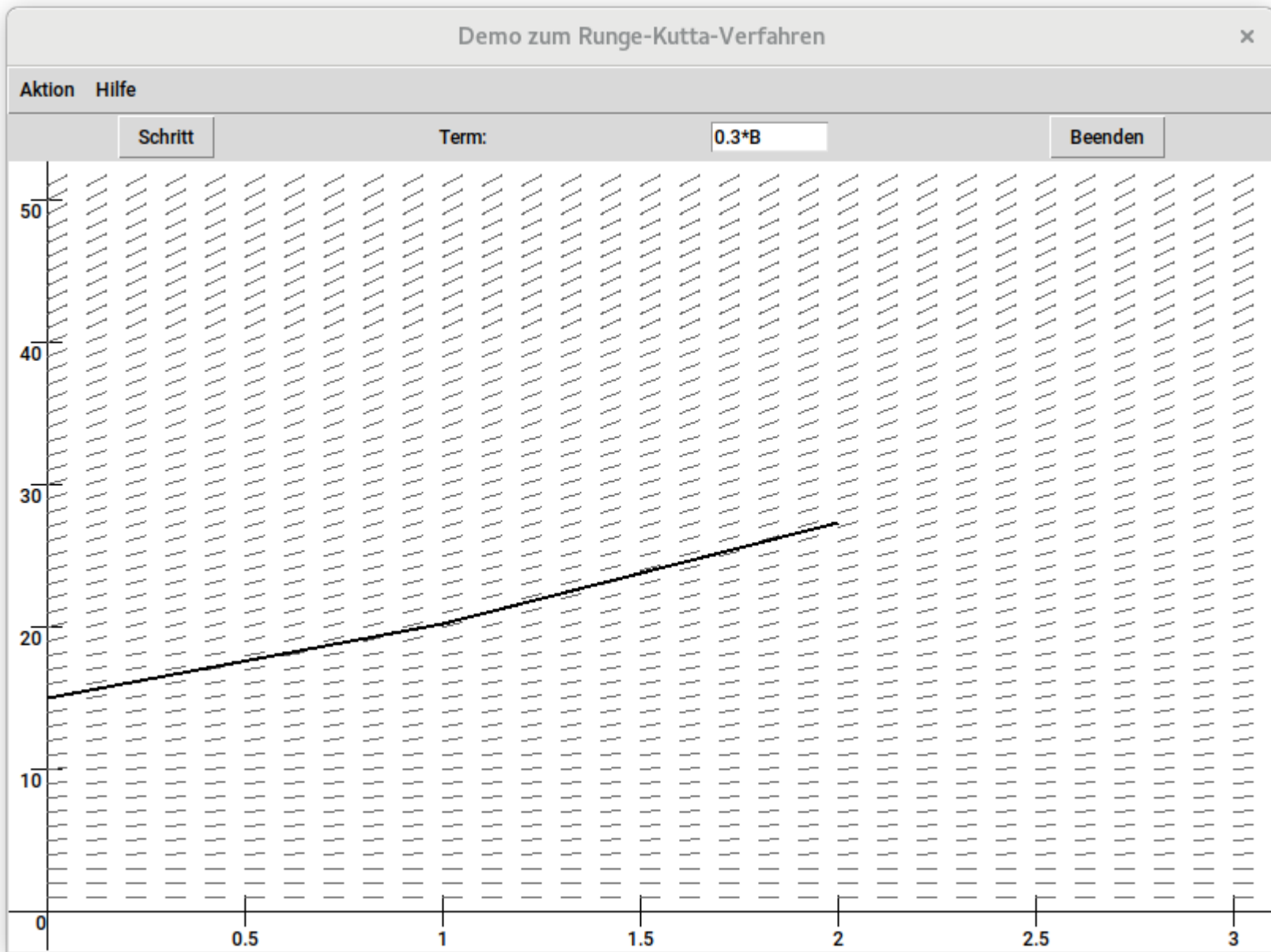
Runge-Kutta-Verfahren



Runge-Kutta-Verfahren



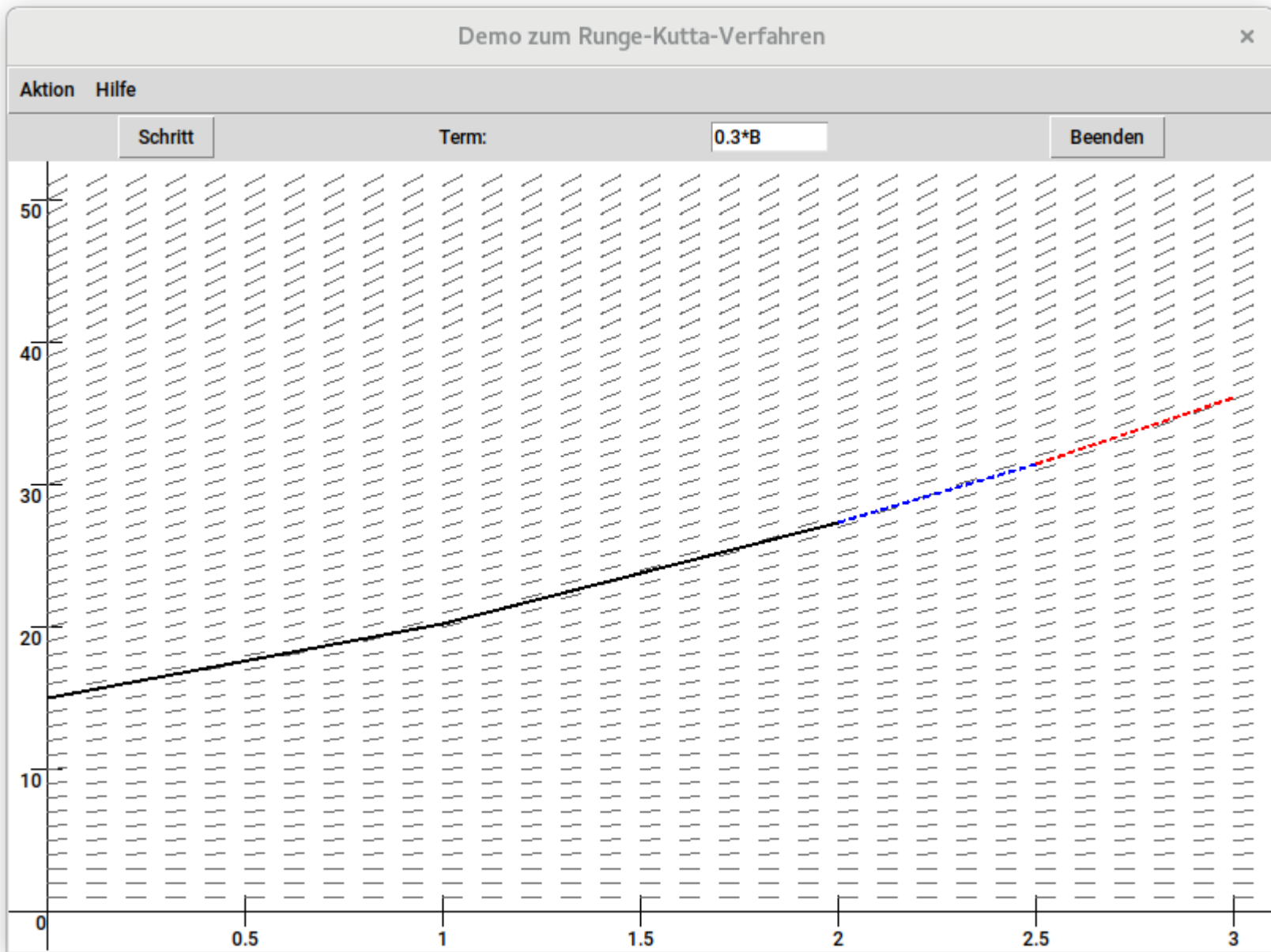
Runge-Kutta-Verfahren



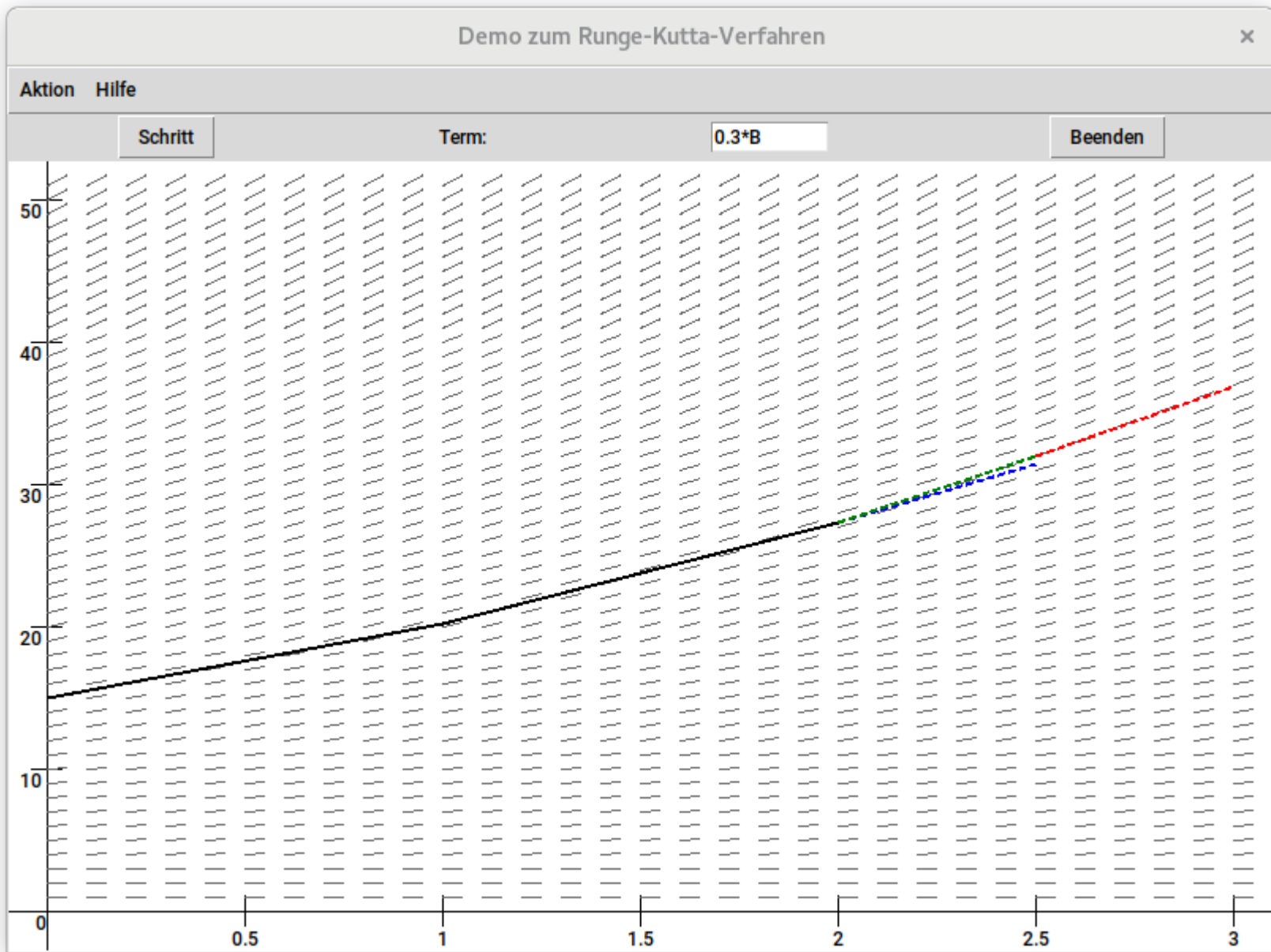
Runge-Kutta-Verfahren

Und die Teilschritte
im dritten Schritt

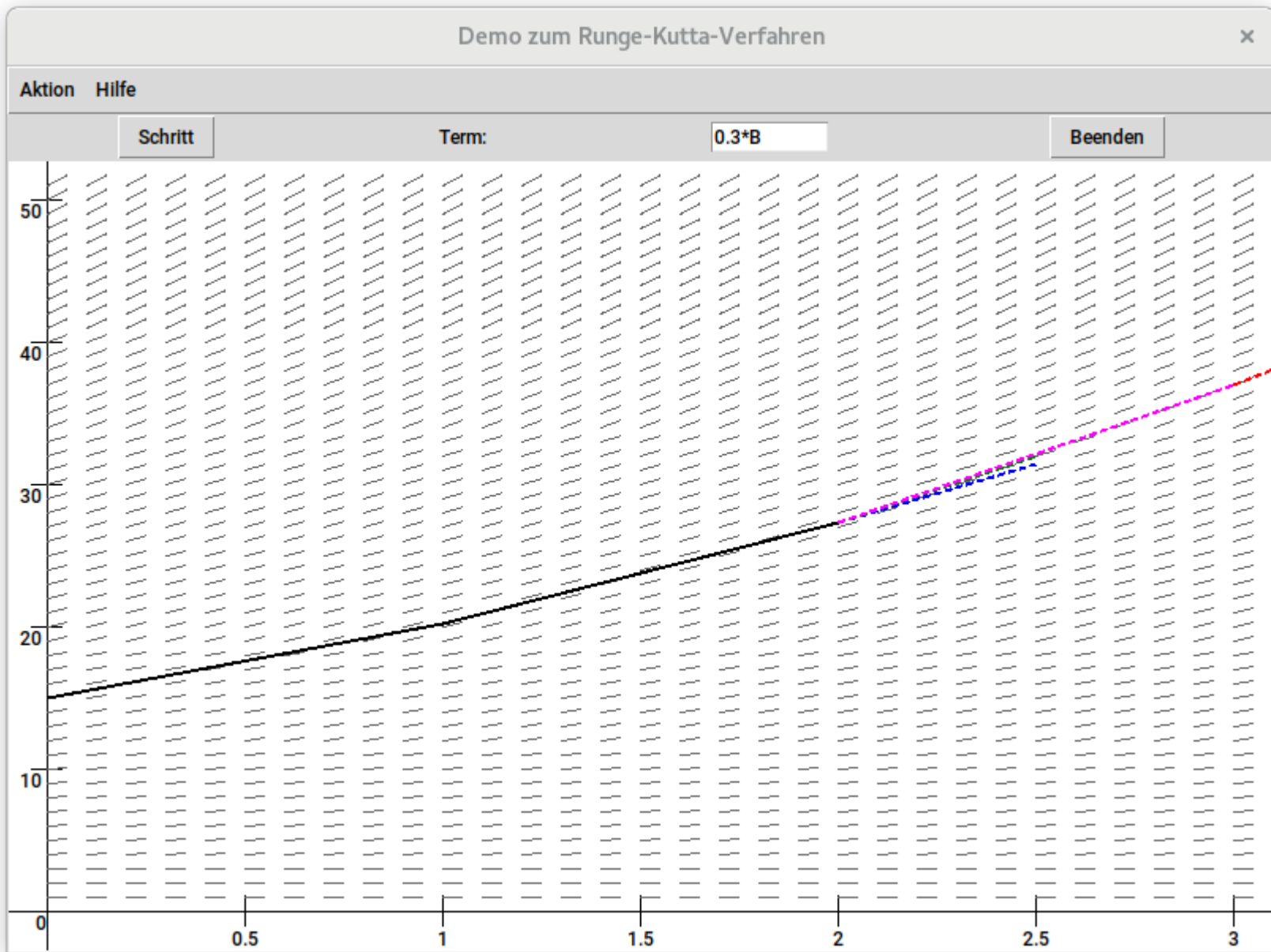
Runge-Kutta-Verfahren



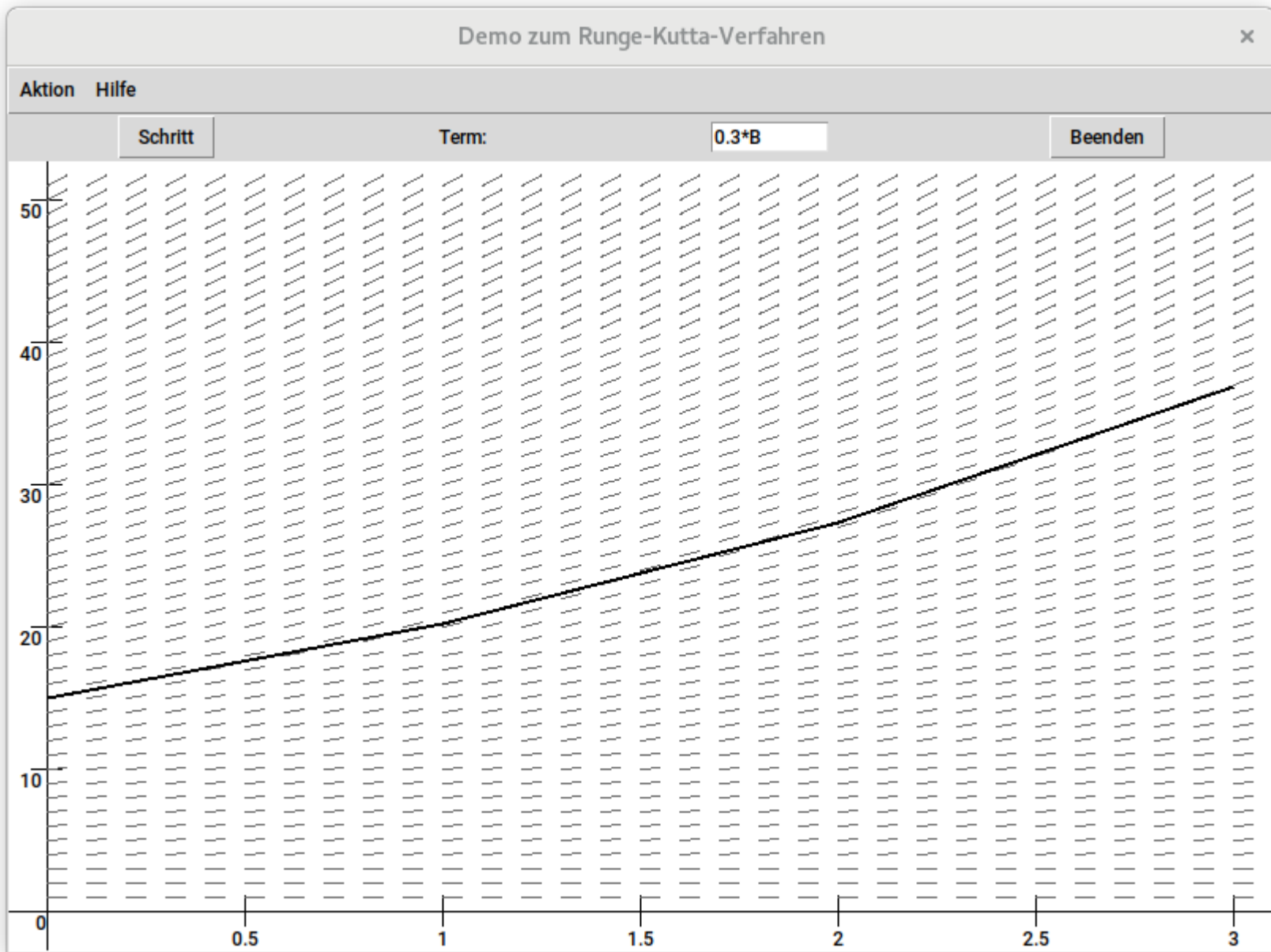
Runge-Kutta-Verfahren



Runge-Kutta-Verfahren



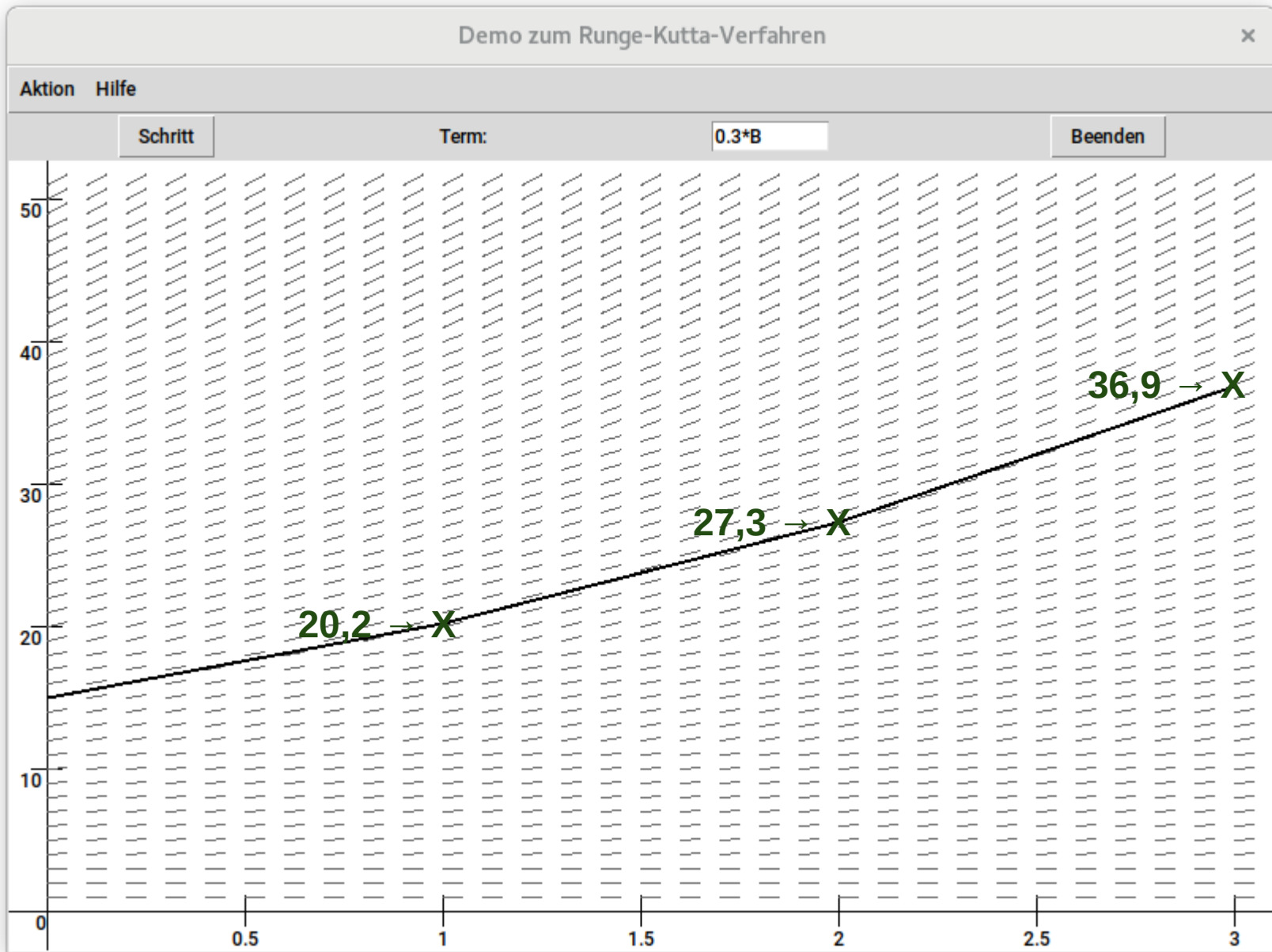
Runge-Kutta-Verfahren



Runge-Kutta-Verfahren

Was bringt das ?

Runge-Kutta-Verfahren



Runge-Kutta-Verfahren

Fazit

- Soweit die grafische Darstellung erkennen lässt, stimmen die Simulationsergebnisse mit den erwarteten Ergebnissen überein.
- Das Verfahren hat also erfolgreich die gestellte Aufgabe gelöst.
- Berücksichtigen Sie aber dennoch, dass bei sehr vielen Schritten (beispielsweise Simulation von Planetenbewegungen o.ä.) mit Abweichungen zu rechnen ist.